

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β)  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ  
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Σωστό το α  
**A2.** Σωστό το β  
**A3.** Σωστό το α  
**A4.** Σωστό το δ  
**A5.** Λ - Σ - Σ - Λ - Σ

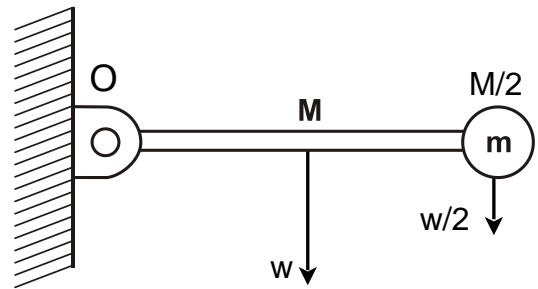
**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Σωστό το iii

Η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς το άκρο Ο της ράβδου είναι:

$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} = I_{\rho\alpha\beta} + I_{m/2}$$

$$\text{ή } I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2}L^2 = \frac{5}{6}ML^2$$



Απο το θεμελιώδη νόμο περιστροφικής για το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο προκύπτει:

$$\Sigma\tau = I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow Mg\frac{L}{2} + \frac{M}{2}gL = \frac{5}{6}ML^2 \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow g = \frac{5L}{6}\alpha_{\gamma} \Rightarrow \alpha_{\gamma} = \frac{6g}{5L}$$

Η παραπάνω, είναι η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος τη στιγμή της εκκίνησης. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου προκύπτει από τη σχέση:

$$\frac{\Delta L_{\rho}}{\Delta t} = I_{\rho\alpha\beta} \cdot \alpha_{\gamma} = \frac{1}{3}mL^2 \cdot \frac{6g}{5L} = \frac{2}{5}MgL$$

### B2. Σωστό το iii

Οι θέσεις των δεσμών πάνω στο ελαστικό μέσο προκύπτουν από τη σχέση:

$x = (2k+1)\lambda/4$ , άρα για το τρίτο δεσμό αντικαθιστώντας  $k=2$  προκύπτει ότι το σημείο M βρίσκεται στη θέση  $x_M = \frac{5\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} \Rightarrow x_M = \frac{4\lambda}{3}$

Επομένως για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου M έχουμε:

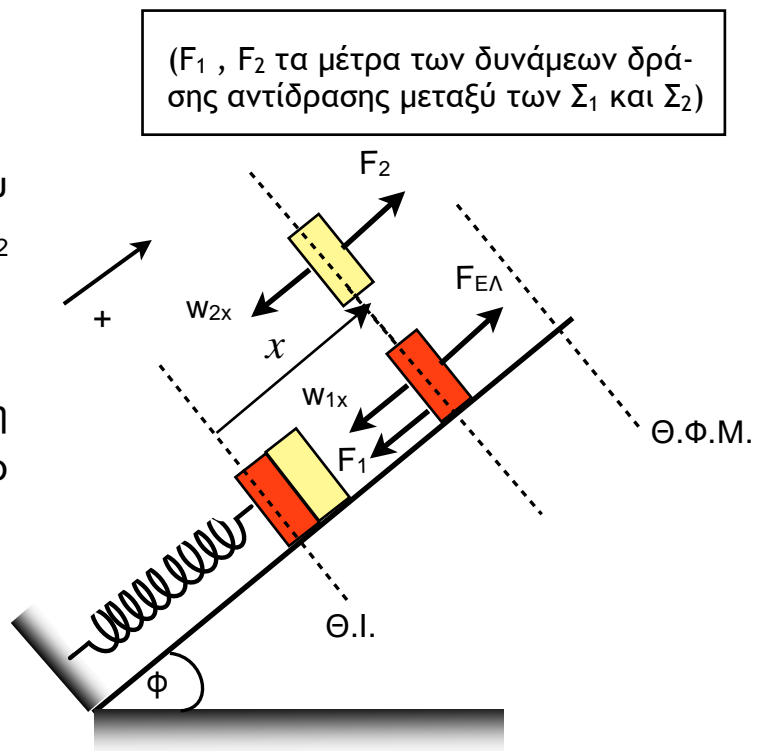
$$A'_M = 2A \left| \sin \frac{2\pi \cdot \frac{4\lambda}{3}}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{8\pi}{3} \right| = 2A \frac{1}{2} = A$$

### B3. Σωστό το i.

Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος ελατήριου- $m_1, m_2$  είναι:

$$D = (m_1 + m_2)\omega^2 = k \quad (1)$$

Από την αναγκαία και ικανή συνθήκη της α.α.τ. για το σώμα  $m_2$  σε απομάκρυνση  $x$  από τη Θ.Ι. έχουμε:



$$\Sigma F_{m_2} = -D_{m_2} \cdot x \Rightarrow F_2 - m_2 g \eta \mu \phi = -m_2 \omega^2 \cdot x \Rightarrow F_2 = -m_2 \omega^2 \cdot x + m_2 g \eta \mu \phi$$

Για να εξασφαλίζετε η επαφή του σώματος  $m_2$  με το  $m_1$  θα πρέπει  $F_2 > 0$ .

$$\text{Άρα } -m_2 \omega^2 \cdot x + m_2 g \eta \mu \phi > 0 \Rightarrow \omega^2 \cdot x < g \eta \mu \phi \Rightarrow x < \frac{g \eta \mu \phi}{\omega^2}$$

όπου  $\frac{g \eta \mu \phi}{\omega^2} = x_{\max}$  είναι η θέση όπου τα σώματα θα χάσουν τη μεταξύ τους επαφή (Θ.Φ.Μ.)

Επομένως και για το πλάτος της ταλάντωσης θα πρέπει να είναι:

$$A < \frac{g \eta \mu \phi}{\omega^2} \Rightarrow A \cdot \omega^2 < g \eta \mu \phi \stackrel{(1)}{\Rightarrow} A \cdot \frac{k}{m_1 + m_2} < g \eta \mu \phi \Rightarrow A \cdot k < (m_1 + m_2) g \eta \mu \phi$$

## **ΘΕΜΑ Γ**

### **Γ1.**

Δόθηκε ότι  $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2) \Rightarrow U_E = -8 \cdot 10^{-2}i^2 + 8 \cdot 10^{-2}$  (S.I.) (1)

Από την διατήρηση της ενέργειας είναι

$$U_E + U_B = E \Rightarrow U_E = -\frac{1}{2}Li^2 + E \quad (2)$$

Από την σύγκριση των (1) και (2) προκύπτει ότι

$$E_T = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J και } L/2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ H άρα } L = 16 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

$$\text{Όμως } E_T = \frac{1}{2}c \cdot V^2 \Rightarrow c = \frac{2E_T}{V^2} = 10^{-4} \text{ F}$$

$$\text{Άρα } T = 2\pi \cdot \sqrt{LC} = 8\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

### **Γ2.**

Επειδή την  $t=0$ ,  $q=Q$  και  $i=0$  ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_E = E \sin \nu^2(\omega t) \\ \text{για } t = T/12 \end{array} \right\} \Rightarrow U_E = E \sin \nu^2 \left( \frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} \right) = 8 \cdot 10^{-2} \sin \nu^2 \left( \frac{\pi}{6} \right) = 8 \cdot 10^{-2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\textbf{Γ3.} \text{ Κάθε χρονική στιγμή είναι : } |V_C| = |V_L| \rightarrow \frac{|q|}{C} = L \left| \frac{di}{dt} \right| \rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{|q|}{LC} = \omega^2 |q| \quad (1)$$

Όταν  $U_E = 3 \cdot U_B$  από Α.Δ.Ε.Τ προκύπτει:

$$U_E + U_B = E_T \Rightarrow E_T = U_E + \frac{U_E}{3} \Rightarrow \frac{Q^2}{2C} = \frac{4}{3} \cdot \frac{q^2}{2C} \Rightarrow |q| = \frac{\sqrt{3}}{2} Q$$

$$(1) \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \omega^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} Q = \left( \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-3}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ A/s} = 125\sqrt{3} \text{ A/s}$$

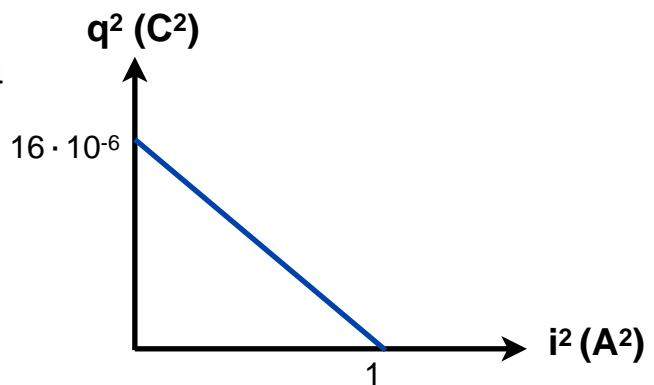
**Γ4.** Απο Α.Δ.Ε.Τ. έχουμε:

$$E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{2C} \Rightarrow 8 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2}16 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 + \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} \cdot q^2 \Rightarrow$$

$$16 \cdot 10^{-2} = 16 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 + \frac{1}{10^{-4}} \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot i^2 \text{ (S.I.)}$$

$$q^2 = -16 \cdot 10^{-6} i^2 + 16 \cdot 10^{-6} \text{ (S.I.)}$$

Η παραπάνω σχέση αποτυπώνεται γραφικά με ένα ευθύγραμμο τμήμα, σε άξονες  $q^2, i^2$



### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για τη σφαίρα:  $\Sigma \tau = I_{cm} a_\gamma \Rightarrow T_s r = \frac{2}{5} m r^2 \cdot a_\gamma \xrightarrow{a_{cm} = a_\gamma \cdot r} T_s = \frac{2}{5} m \cdot a_{cm} \quad (1)$

Απο θεμελιώδη νόμο Μηχανικής:

$$mg \sin \varphi - T_s = m a_{cm} \quad (1)$$

$$mg \sin \varphi - \frac{2}{5} m a_{cm} = m a_{cm} \Rightarrow$$

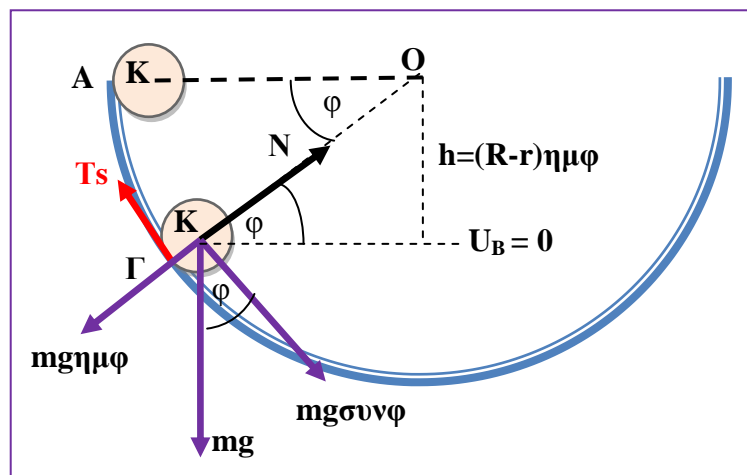
$$\Rightarrow a_{cm} = \frac{5}{7} g \sin \varphi$$

Άρα (1)  $\Rightarrow$

$$T_s = \frac{2}{5} m \cdot \frac{5}{7} g \cdot \sin \varphi =$$

$$= \frac{2}{7} \cdot 1,4 \cdot 10 \sin \varphi$$

Άρα  $T_s = 4 \sin \varphi \text{ (S.I.)}$



$$OK = R - r = R - \frac{R}{8} = \frac{7R}{8}$$

$$h = OK \sin \varphi = \frac{7R}{8} \sin 30^\circ$$

**Δ2.** Στη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας είναι:

$$\Sigma F_R = N - mg \sin \varphi = \frac{m u_{cm}^2}{R - \frac{R}{8}} \Rightarrow N = \frac{8 m u_{cm}^2}{7 R} + mg \sin 30^\circ \quad (2)$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας  $A \rightarrow \Gamma$  για τη σφαίρα έχουμε:

$$mgh = \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \frac{u_{cm}^2}{r^2} \Rightarrow mg(R - \frac{R}{8})\eta\mu 30^\circ = \frac{7}{10}mu_{cm}^2 \Rightarrow u_{cm}^2 = \frac{5}{8}gR$$

$$\text{Όμως } N = \frac{8mu_{cm}^2}{7R} + mg\eta\mu 30^\circ \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στη (2) προκύπτει:

$$N = \frac{8m \cdot \frac{5}{8}gR}{7R} + mg\frac{1}{2} = 10N + 7N = 17N$$

**Δ3.** Λογω της κύλισης χωρίς ολίσθηση, για τις κινητικές ενέργειες

$$\text{ισχύει ότι: } K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} \frac{2}{5}mr^2\omega^2 \stackrel{\omega r = u_{cm}}{=} \frac{2}{5} \frac{1}{2}mu_{cm}^2 = \frac{2}{5}K_{\text{μετ}} \Rightarrow K_{\text{περ}} = \frac{2}{5}K_{\text{μετ}}$$

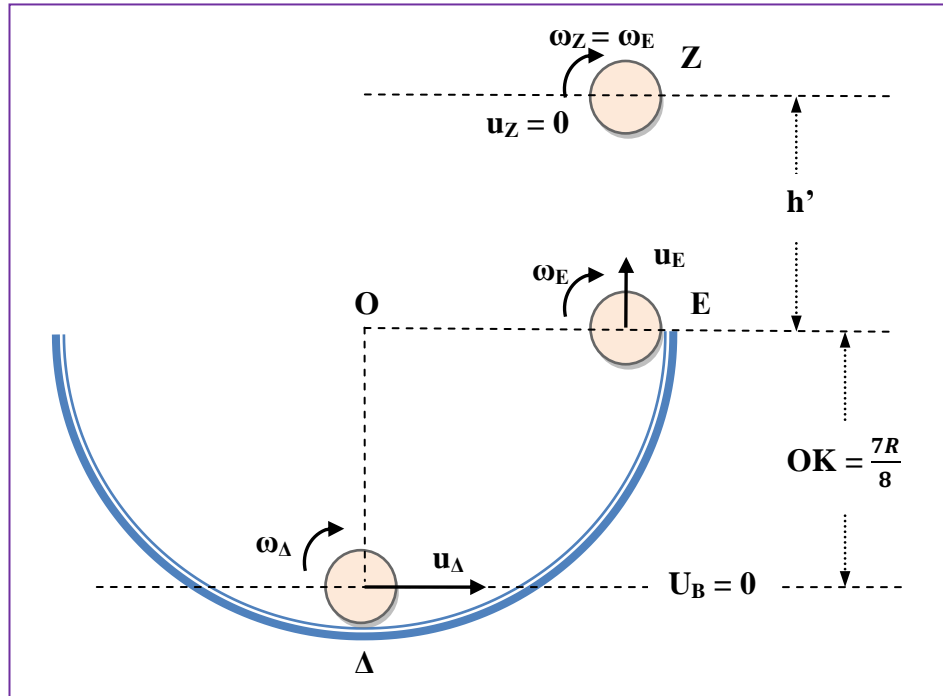
$$\text{Α.Δ.Μ.Ε. } (\Delta) \rightarrow (E): K_{\text{μετ}(\Delta)} + K_{\text{περ}(\Delta)} + U_{\Delta} = K_{\text{μετ}(E)} + K_{\text{περ}(E)} + U_E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5}K_{\text{μετ}(\Delta)} = \frac{7}{5}K_{\text{μετ}(E)} + mg\frac{7R}{8} \quad \text{άρα } \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2}mu_{\Delta}^2 = \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2}mu_E^2 + mg\frac{7}{8}R$$

Τελικά  $u_E = 4\text{m/s}$

Η σφαίρα για όσο χρόνο βρίσκεται στον αέρα δεν μεταβάλλει την κινητική της ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης.

( $\Sigma \tau = 0$  άρα και  $\omega = \text{σταθ}$ )



$$\text{Α.Δ.Μ.Ε. } (E) \rightarrow (Z):$$

$$K_{\text{μετ}(E)} + K_{\text{περ}(E)} + U_E = K_{\text{μετ}(Z)} + K_{\text{περ}(Z)} + U_Z \quad (3)$$

$$(K_{\text{μετ}(Z)} = 0 \text{ και } K_{\text{περ}(E)} = K_{\text{περ}(Z)})$$

$$\text{Άρα : (3)} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_E^2 + mg\frac{7}{8}R = mg(h' + \frac{7}{8}R) \Rightarrow \frac{1}{2}mu_E^2 = mgh' \Rightarrow h' = 0,8m$$

#### Δ4.

Εφόσον το σώμα έχει χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου, η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του, που δεν προκαλεί ροπή αφού διέρχεται από τον άξονα περιστροφής του σώματος, συνεπώς:

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_E = \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{μεταφ.Ε}} + \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{στροφ.Ε}} \quad \text{όμως} \quad \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{στροφ.Ε}} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_E = \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{μεταφ.Ε}} = \left(\frac{\Sigma F \cdot dy \cdot \sin 180^\circ}{dt}\right)_E = -mg\left(\frac{dy}{dt}\right)_E = -mgu_E \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_E = -56 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$\text{και} \quad \left(\frac{dL}{dt}\right)_E = \Sigma \tau = 0$$